MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

MODELO DE EXAMEN OFICIAL PCE UNEDASISS
CURSO 2026/2027

EXAMEN RESUELTO

INSTRUCCIONES *(INSTRUCTIONS)*

- Material permitido: CALCULADORA BÁSICA, NO científica, NO programable, NO gráfica, NO con acceso a IA. *(Permitted material: BASIC CALCULATOR, NOT scientific, NOT programmable, NOT graphic, NOT with access to AI.)*
- El examen incluye una hoja con la tabla Normal, el alumno puede utilizarla para la resolución de las cuestiones y/o problemas. *(The exam includes a sheet with the Normal table, which students can use to solve questions and/or problems.)*

BLOQUE A.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes.

A1.- Un padre le da a cada uno de sus hijos 20 €. Los niños gastan todo el dinero y compran lo siguiente, el primero compra 5 caramelos, 3 chicles y 3 bombones, el segundo compra 8 caramelos, 3 chicles y 2 bombones, y el tercero compra 7 caramelos, 5 chicles y un bombón.

a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente el problema. A continuación, expresa el sistema de ecuaciones en forma matricial.

b) Calcula la matriz inversa de la matriz de coeficientes.

c) Resuelve el sistema de ecuaciones de forma matricial, e indica el coste de cada artículo.

NOTA: Usar Gauss o cálculo matricial en la resolución del problema.

Solución.

a) Sistema de ecuaciones y forma matricial

Definimos las incógnitas (imprescindible enunciarlas):

x = precio de un caramelo $\quad y$ = precio de un chicle $\quad z$ = precio de un bombón (en euros)

Cada hijo gasta exactamente 20 €, lo que da una ecuación por hijo:

$$\begin{cases} 5x+3y+3z &= 20 \\ 8x+3y+2z &= 20 \\ 7x+5y+z &= 20 \end{cases}$$

En forma matricial, $M \cdot X = B$:

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 8 & 3 & 2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix}$$

b) Matriz inversa de la matriz de coeficientes

Primero el determinante (desarrollando por la primera fila):

$$|M| = 5(3\cdot 1 - 2\cdot 5) - 3(8\cdot 1 - 2\cdot 7) + 3(8\cdot 5 - 3\cdot 7) = 5(-7) - 3(-6) + 3(19) = -35 + 18 + 57 = 40$$

Como $|M| = 40 \neq 0$, la matriz es invertible y el sistema es compatible determinado.

Calculamos la matriz de **adjuntos** (cofactores):

$$\text{Adj}(M) = \begin{pmatrix} -7 & 6 & 19 \\ 12 & -16 & -4 \\ -3 & 14 & -9 \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = +(3-10) = -7; \quad A_{12} = -(8-14) = 6; \quad A_{13} = +(40-21) = 19;$$
$$A_{21} = -(3-15) = 12; \quad A_{22} = +(5-21) = -16; \quad A_{23} = -(25-21) = -4;$$
$$A_{31} = +(6-9) = -3; \quad A_{32} = -(10-24) = 14; \quad A_{33} = +(15-24) = -9$$

Aplicamos $M^{-1} = \dfrac{1}{|M|}\,[\text{Adj}(M)]^t$ (¡ojo con la traspuesta!):

$$M^{-1} = \frac{1}{40}\begin{pmatrix} -7 & 12 & -3 \\ 6 & -16 & 14 \\ 19 & -4 & -9 \end{pmatrix}$$

c) Resolución del sistema y coste de cada artículo

De $M \cdot X = B$ se despeja $X = M^{-1} \cdot B$:

$$X = \frac{1}{40}\begin{pmatrix} -7 & 12 & -3 \\ 6 & -16 & 14 \\ 19 & -4 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix} = \frac{1}{40}\begin{pmatrix} 20(-7+12-3) \\ 20(6-16+14) \\ 20(19-4-9) \end{pmatrix} = \frac{1}{40}\begin{pmatrix} 40 \\ 80 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Respuesta: el caramelo cuesta **1 €**, el chicle **2 €** y el bombón **3 €**.

Comprobación (conviene incluirla en el examen):

$$5(1)+3(2)+3(3) = 5+6+9 = 20 \checkmark \quad 8(1)+3(2)+2(3) = 8+6+6 = 20 \checkmark$$
$$7(1)+5(2)+1(3) = 7+10+3 = 20 \checkmark$$

A2.- Dadas las siguiente matrices:

$$A = 77\left[\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} - 7\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] \qquad B = 7\begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 7 & 0 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula las matrices $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$

b) Calcula la inversa de la matriz $\boldsymbol{B}$

c) Calcula la matriz $\boldsymbol{X}$ que verifica la ecuación: $\boldsymbol{XB} = \boldsymbol{A}$

Solución.

a) Cálculo de A y B

Para A, resolvemos primero el corchete (producto por escalar y resta):

$$A = 77\left[\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}\right] = 77\begin{pmatrix} -7 & 7 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -539 & 539 \\ 539 & -539 \end{pmatrix}$$

Para B, primero el producto de matrices (2×3 por $3\times 2 \Rightarrow$ resultado 2×2) y después el escalar:

$$\begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 7 & 0 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

$$b_{11} = 0(0) + 7(1) + 0(0) = 7; \quad b_{12} = 0(1) + 7(1) + 0(1) = 7; \quad b_{21} = 7(0) + 0(1) + 7(0) = 0;$$
$$b_{22} = 7(1) + 0(1) + 7(1) = 14$$

$$B = 7\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 0 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 & 49 \\ 0 & 98 \end{pmatrix}$$

b) Inversa de B

$|B| = 49 \cdot 98 - 49 \cdot 0 = 4802 \neq 0$, luego B es invertible. Para una matriz 2×2:

$$B^{-1} = \frac{1}{4802}\begin{pmatrix} 98 & -49 \\ 0 & 49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{49} & -\frac{1}{98} \\ 0 & \frac{1}{98} \end{pmatrix}$$

c) Cálculo de X

Atención al orden: como el producto de matrices *no es conmutativo*, en $XB = A$ hay que multiplicar por B^{-1} **por la derecha** en ambos miembros:

$$XB = A \implies XBB^{-1} = AB^{-1} \implies X = A \cdot B^{-1}$$

(Si fuera $BX = A$, la solución sería $X = B^{-1}A$, que en general *no* es la misma matriz.)

$$X = \begin{pmatrix} -539 & 539 \\ 539 & -539 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{49} & -\frac{1}{98} \\ 0 & \frac{1}{98} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 11 \\ 11 & -11 \end{pmatrix}$$

$$x_{11} = \tfrac{-539}{49} = -11; \quad x_{12} = \tfrac{539}{98} + \tfrac{539}{98} = \tfrac{1078}{98} = 11; \quad x_{21} = \tfrac{539}{49} = 11; \quad x_{22} = -\tfrac{539}{98} - \tfrac{539}{98} = -11$$

Comprobación: $X \cdot B = \begin{pmatrix} -11 & 11 \\ 11 & -11 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 49 & 49 \\ 0 & 98 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -539 & 539 \\ 539 & -539 \end{pmatrix} = A.$ ✓

BLOQUE B.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes.

B1.- El pasado invierno una granja avícola disponía de una vacuna para proteger a sus animales frente a la gripe aviar. Si un animal se ha vacunado, la probabilidad de que se infecte con el virus es de 0,1; sin la vacuna, dicha probabilidad es de 0,3. El 40% de las aves se vacunó.

a) Halla la probabilidad de que un ave elegida al azar se infecte con el virus.

b) Si el ave elegida al azar se ha infectado con el virus ¿cuál es la probabilidad de que esté vacunada?

c) Si el ave elegida al azar no está infectada con el virus, ¿cuál es la probabilidad de que no esté vacunada?

Solución.

Planteamiento. Definimos los sucesos:

$V =$ "el ave está vacunada" $\qquad I =$ "el ave se infecta"

Datos del enunciado:

$$p(V) = 0,4 \qquad p(\bar{V}) = 0,6 \qquad p(I|V) = 0,1 \qquad p(I|\bar{V}) = 0,3$$

Y por tanto: $p(\bar{I}|V) = 0,9$ y $p(\bar{I}|\bar{V}) = 0,7$.

Diagrama de árbol (las cuatro ramas finales):

$$p(V \cap I) = 0,4 \cdot 0,1 = \mathbf{0,04} \qquad p(\bar{V} \cap I) = 0,6 \cdot 0,3 = \mathbf{0,18}$$
$$p(V \cap \bar{I}) = 0,4 \cdot 0,9 = \mathbf{0,36} \qquad p(\bar{V} \cap \bar{I}) = 0,6 \cdot 0,7 = \mathbf{0,42}$$

(Las cuatro suman 1: $0,04 + 0,18 + 0,36 + 0,42 = 1$ ✓)

a) Probabilidad de infectarse (Teorema de la Probabilidad Total)

$$p(I) = p(V) \cdot p(I|V) + p(\bar{V}) \cdot p(I|\bar{V}) = 0,4(0,1) + 0,6(0,3) = 0,04 + 0,18 = \boxed{0,22}$$

Es decir, un **22%** de las aves se infecta.

b) Probabilidad de estar vacunada sabiendo que se infectó (Teorema de Bayes)

$$p(V|I) = \frac{p(V \cap I)}{p(I)} = \frac{0,04}{0,22} = \frac{2}{11} \approx \boxed{0,1818}$$

Aproximadamente un **18,18%**. Observa que se invierte el condicionamiento: el enunciado da $p(I|V)$ y aquí se pide $p(V|I)$.

c) Probabilidad de no estar vacunada sabiendo que no se infectó

$$p(\bar{I}) = 1 - p(I) = 1 - 0,22 = 0,78$$

$$p(\bar{V}|\bar{I}) = \frac{p(\bar{V} \cap \bar{I})}{p(\bar{I})} = \frac{0,42}{0,78} = \frac{7}{13} \approx \boxed{0,5385}$$

Aproximadamente un **53,85%**.

B2.- La edad a la que se independizan los jóvenes en los paises nórdicos es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 4 años. Para estimar la media se elige aleatoriamente una muestra de 100 jóvenes de dicha población.

a) ¿Cuál es la varianza de la distribución muestral?

b) Si la media muestral es 24 años, halla un intervalo de confianza al 90 % para la media poblacional.

c) ¿Cuál es el error cometido?

Solución.

Datos: $\sigma = 4$ años; $n = 100$; $\bar{x} = 24$ años; $1 - \alpha = 0,90$.

a) Varianza de la distribución muestral

Las medias muestrales se distribuyen según $\bar{X} \sim N\left(\mu\,;\, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. Su desviación típica (error típico) es:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{100}} = \frac{4}{10} = 0,4$$

La **varianza** es el cuadrado de la desviación típica:

$$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{4^2}{100} = \frac{16}{100} = \boxed{0,16}$$

Ojo: el apartado pide *varianza*, no desviación típica. Responder $0,4$ es el error más frecuente aquí.

b) Intervalo de confianza al 90 %

Nivel de confianza $1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$.

Buscamos $Z_{\alpha/2}$ tal que $P(Z \leq z) = 1 - 0,05 = 0,95$. En la tabla: $P(Z \leq 1,64) = 0,9495$ y $P(Z \leq 1,65) = 0,9505$; se toma el valor intermedio:

$$Z_{\alpha/2} = 1,645$$

$$IC = \left(\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (24 \pm 1,645 \cdot 0,4) = (24 \pm 0,658)$$

$$\boxed{IC_{90\%} = (23,342\ ;\ 24,658)}$$

Interpretación: con una confianza del 90 %, la edad media real a la que se independizan los jóvenes en los países nórdicos está entre **23,342 y 24,658 años**.

c) Error cometido

El error máximo admisible es la semiamplitud del intervalo:

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,645 \cdot 0,4 = \boxed{0,658 \text{ años}}$$

(Equivale a unos 8 meses. También se puede obtener como la mitad de la amplitud total del intervalo: $\frac{24,658 - 23,342}{2} = 0,658$.)

BLOQUE C.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar a CINCO de las OCHO cuestiones siguientes.

1. El resultado de hacer $\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$ es:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -7 & 7 & 7 \\ 7 & -7 & -7 \end{pmatrix}.$$

a) No es posible hacer $\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$.

b) La matriz nula.

c) Ninguna de las otras.

Solución.

Respuesta: b)

B es 2×3 y A es 3×2: las columnas de B coinciden con las filas de A, luego el producto **sí** es posible y resulta de orden 2×2. Descartamos a).

$$B \times A = \begin{pmatrix} -7 & 7 & 7 \\ 7 & -7 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Detalle: $c_{11} = -7(7) + 7(7) + 7(0) = -49 + 49 + 0 = 0$, y de forma idéntica el resto (las dos columnas de A son iguales y las filas de B suman cero al combinarse con ellas).

2. Sabiendo que el producto de $\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$ es C, ¿cuál es el valor de $\boldsymbol{x}$?

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -7 \\ -7 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 7 \\ x \\ 7 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

a) $\boldsymbol{x = -7}$ b) $\boldsymbol{x = 7}$ c) Ninguna de las otras.

Solución.

Respuesta: b)

Multiplicamos $A \times B$ (resultado 2×1) e igualamos a C:

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 & -7 \\ -7 & 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ x \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 + x - 49 \\ -49 + x + 49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Las dos ecuaciones dan lo mismo: $x = 7$. Los términos con 7 se cancelan entre sí en ambas filas, que es precisamente el diseño de la pregunta.

3. La función $\boldsymbol{f(x) = \dfrac{-7x}{x + 7}}$ tiene:

a) Asíntota horizontal $\boldsymbol{y = -7}$. b) Asíntota vertical $\boldsymbol{x = 7}$. c) Ninguna de las otras.

Solución.

Respuesta: a)

Asíntota horizontal: numerador y denominador tienen el mismo grado, así que el límite en el

infinito es el cociente de los coeficientes principales:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-7x}{x+7}=\frac{-7}{1}=-7 \implies \text{asíntota horizontal } y=-7\ \checkmark$$

Asíntota vertical: se anula el denominador en $x+7=0\Rightarrow x=\mathbf{-7}$, **no** en $x=7$. La opción b) es falsa: es la trampa clásica de olvidar el cambio de signo al despejar.

4. La función $f(x)=\dfrac{-7x^2}{x+7}$ tiene un máximo en el punto:

a) $\boldsymbol{x=-14}$ b) $\boldsymbol{x=14}$ c) Ninguna de las otras.

Solución.

Respuesta: c)

Derivamos con la regla del cociente:

$$f'(x)=\frac{-14x(x+7)-(-7x^2)}{(x+7)^2}=\frac{-14x^2-98x+7x^2}{(x+7)^2}=\frac{-7x^2-98x}{(x+7)^2}=\frac{-7x(x+14)}{(x+7)^2}$$

$f'(x)=0\Rightarrow x=0$ o $x=-14$. Como $(x+7)^2>0$, el signo lo marca $-7x(x+14)$:

Intervalo	$(-\infty,-14)$	$(-14,-7)$	$(-7,0)$	$(0,+\infty)$
Signo de f'	$-$	$+$	$+$	$-$
f	decreciente	creciente	creciente	decreciente

- En $x=-14$: pasa de decreciente a creciente $\Rightarrow$ **mínimo**. La opción a) es falsa.
- En $x=0$: pasa de creciente a decreciente $\Rightarrow$ **máximo**, con $f(0)=0$.
- $x=14$ ni siquiera es punto crítico. La opción b) es falsa.

El máximo está en $x=0$, que no aparece entre las opciones: la respuesta es c).

5. Calcular $\displaystyle\int\left(-\frac{7}{x^2}-\frac{7}{x}\right)dx$

a) $\boldsymbol{\dfrac{7}{x}+7\ln(x)+C}$ b) $\boldsymbol{-\dfrac{7}{x}-\ln(x)+C}$ c) Ninguna de las otras.

Solución.

Respuesta: c)

Separamos en dos integrales inmediatas. La primera se resuelve escribiendo $\frac{1}{x^2}=x^{-2}$:

$$\int-\frac{7}{x^2}dx=-7\int x^{-2}dx=-7\cdot\frac{x^{-1}}{-1}=\frac{7}{x}\qquad\int-\frac{7}{x}dx=-7\ln|x|$$

$$\int\left(-\frac{7}{x^2}-\frac{7}{x}\right)dx=\frac{7}{x}-7\ln|x|+C$$

Comparamos con las opciones:

- a) $\frac{7}{x}+7\ln(x)+C$: acierta el primer término pero el signo del logaritmo es **positivo**, y debe ser negativo. **Falsa**.
- b) $-\frac{7}{x}-\ln(x)+C$: falla el signo del primer término y además pierde el coeficiente 7 del logaritmo. **Falsa**.

Ninguna coincide ⇒ c). La pregunta está construida para castigar el doble signo negativo: $-7 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} = +\frac{7}{x}$.

6. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, la afirmación $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$ es correcta:

   a) Si A y B son sucesos distintos. b) Si A y B son sucesos independientes. c) Ninguna de las otras.

   Solución.

   Respuesta: b)

   Esa igualdad es precisamente la **definición de independencia** de dos sucesos: la ocurrencia de uno no altera la probabilidad del otro, y por eso $p(A|B) = p(A)$, de donde

   $$p(A \cap B) = p(A|B) \cdot p(B) = p(A) \cdot p(B)$$

   La opción a) confunde conceptos: que dos sucesos sean *distintos* no dice nada sobre su relación probabilística. (Y si fueran *incompatibles*, se tendría $p(A \cap B) = 0$, que es un caso distinto: dos sucesos incompatibles de probabilidad no nula **nunca** son independientes.)

7. ¿Cuál es el área total bajo la curva de la distribución normal?

   a) 100. b) Depende de los valores de la media y la desviación típica. c) Ninguna de las otras.

   Solución.

   Respuesta: c)

   El área total bajo la curva de *cualquier* función de densidad de probabilidad es siempre **1** (equivalente al 100 %, pero expresado como probabilidad, no como porcentaje).

   - a) es falsa: el valor es 1, no 100. La confusión entre probabilidad y porcentaje es justo lo que se evalúa.
   - b) es falsa: μ y σ cambian la *forma* y la *posición* de la campana (más centrada, más ancha o más estrecha), pero el área encerrada sigue valiendo 1 en todos los casos.

   Como el valor correcto (1) no aparece, la respuesta es c).

8. ¿Qué ocurre con el intervalo de confianza si aumenta el valor de la desviación típica poblacional σ?

   a) Se vuelve más estrecho. b) Se mantiene igual. c) Ninguna de las otras.

   Solución.

   Respuesta: c)

   La semiamplitud del intervalo es el error máximo admisible:

   $$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

   La σ está en el **numerador**, así que si σ aumenta (manteniendo n y el nivel de confianza), E aumenta y el intervalo se vuelve **más ancho**, no más estrecho ni igual.

   Interpretación: más dispersión en la población ⇒ menos precisión en la estimación. Como la respuesta correcta ("se vuelve más ancho") no está entre las opciones, la respuesta es c).

BLOQUE D.- 2,5 puntos. El alumno debe contestar al problema siguiente.

D1.- Una empresa fabrica cajas de madera sin tapa cuyo volumen es de 36 unidades cúbicas, y cuyo largo es el doble del ancho. La empresa quiere minimizar la madera utilizada. Determina:

a) La función objetivo a optimizar.

b) Los valores del ancho, largo y alto de la caja.

c) La superficie de madera utilizada.

Solución.

a) Función objetivo

Definimos las variables:

$$x = \text{ancho} \qquad 2x = \text{largo (el doble del ancho)} \qquad h = \text{alto}$$

Restricción (volumen):

$$V = \text{ancho} \cdot \text{largo} \cdot \text{alto} = x \cdot 2x \cdot h = 2x^2 h = 36 \implies h = \frac{18}{x^2}$$

Función a minimizar (superficie de una caja *sin tapa*): la base más las cuatro paredes laterales (dos de área $x \cdot h$ y dos de área $2x \cdot h$):

$$S = \underbrace{x \cdot 2x}_{\text{base}} + \underbrace{2(x \cdot h)}_{\text{laterales}} + \underbrace{2(2x \cdot h)}_{\text{laterales}} = 2x^2 + 2xh + 4xh = 2x^2 + 6xh$$

Sustituimos la restricción para dejarlo todo en función de una sola variable:

$$\boxed{S(x) = 2x^2 + 6x \cdot \frac{18}{x^2} = 2x^2 + \frac{108}{x}} \qquad \text{con } x > 0$$

El error más caro del problema es incluir la tapa (sumar $2x^2$ dos veces). El enunciado dice *sin tapa*: solo hay una base.

b) Dimensiones de la caja

Derivamos e igualamos a cero:

$$S'(x) = 4x - \frac{108}{x^2} = 0 \implies 4x = \frac{108}{x^2} \implies 4x^3 = 108 \implies x^3 = 27 \implies x = 3$$

Comprobamos que es un mínimo con la segunda derivada:

$$S''(x) = 4 + \frac{216}{x^3} \implies S''(3) = 4 + \frac{216}{27} = 4 + 8 = 12 > 0 \implies \textbf{mínimo} \checkmark$$

Calculamos las tres dimensiones:

$$\text{ancho} = x = \mathbf{3} \qquad \text{largo} = 2x = \mathbf{6} \qquad \text{alto} = h = \frac{18}{3^2} = \frac{18}{9} = \mathbf{2}$$

Comprobación del volumen: $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$ unidades cúbicas ✓

c) Superficie de madera utilizada

$$S(3) = 2(3)^2 + \frac{108}{3} = 18 + 36 = \boxed{54 \text{ unidades cuadradas}}$$

Se emplean **54 unidades cuadradas** de madera, que es la cantidad mínima posible con las restricciones dadas.

SOLUCIONARIO RÁPIDO

Bloque C – Cuestiones

Cuestión	Respuesta	Clave
1	b)	2×3 por 3×2 sí se puede: sale la matriz nula
2	b)	Los términos con 7 se cancelan: queda $x=7$
3	a)	A.H. en $y=-7$; la vertical está en $x=-7$, no en $x=7$
4	c)	El máximo está en $x=0$; $x=-14$ es el mínimo
5	c)	Sale $\frac{7}{x}-7\ln\lvert x\rvert+C$: el signo del logaritmo
6	b)	Definición de sucesos independientes
7	c)	El área vale 1, no 100
8	c)	σ está en el numerador: el intervalo se ensancha

Bloques A, B y D – Resultados

Problema	Resultado
A1	$\lvert M\rvert=40$; caramelo 1 €, chicle 2 €, bombón 3 €
A2	$A=\left(\begin{smallmatrix}-539 & 539\\ 539 & -539\end{smallmatrix}\right)$; $B=\left(\begin{smallmatrix}49 & 49\\ 0 & 98\end{smallmatrix}\right)$; $X=A\cdot B^{-1}=\left(\begin{smallmatrix}-11 & 11\\ 11 & -11\end{smallmatrix}\right)$
B1	$p(I)=0,22$; $p(V\lvert I)=2/11\approx 0,1818$; $p(\bar{V}\lvert\bar{I})=7/13\approx 0,5385$
B2	$\mathrm{Var}=0,16$; $IC_{90\%}=(23,342\,;\,24,658)$; $E=0,658$ años
D1	$S(x)=2x^2+\frac{108}{x}$; ancho 3, largo 6, alto 2; $S=54$ u^2

Estrategia de este modelo. Los cuatro bloques valen 2,5 puntos cada uno y **no hay penalización por error en el bloque C** (solo se corrigen cinco cuestiones de las ocho): conviene elegir las cinco que mejor se dominen. El bloque D es **obligatorio** y es siempre un problema de optimización, así que ese contenido no se puede dejar sin preparar.

Ojo con las opciones "Ninguna de las otras". En este modelo son la respuesta correcta en **cuatro** de las ocho cuestiones (4, 5, 7 y 8). Las opciones a) y b) reproducen el error típico: confundir máximo con mínimo, equivocar el signo de una integral, confundir probabilidad con porcentaje o invertir la relación entre σ y la amplitud del intervalo. Si el cálculo está bien hecho y el resultado no aparece, la respuesta es c).

Comprobación como hábito. En los bloques A y D, todos los resultados admiten comprobación inmediata (sustituir en el sistema, multiplicar $X\cdot B$, verificar el volumen). Incluirla en el examen cuesta dos líneas y demuestra dominio ante el corrector.