UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2025/26. Modelo 0.2A

EXAMEN RESUELTO

BLOQUE 1: PROBLEMAS TIPO DESARROLLO COMPETENCIAL [5 pts]

En cada uno de los problemas 1 y 2 elija una sola opción. Puede dejar sus resultados expresados como fracciones o raíces, no se requiere usar números decimales.

1 — Opción a) Una pista de atletismo debe tener un perímetro de 400 m. Su forma se puede aproximar por un rectángulo con un semicírculo en cada uno de dos lados opuestos. Hallar las dimensiones de la pista para que el área de la parte rectangular sea lo mayor posible. A la vista de este resultado, ¿podrá incluirse una pista de rugby —cuyo área típica oscila entre los 7000 y los 10000 metros cuadrados— en ese área rectangular? Justifique matemáticamente su respuesta.

Solución.

Planteamiento. La pista tiene forma de "estadio": un rectángulo con dos semicírculos pegados a dos lados opuestos. Llamamos:

x = lado del rectángulo sobre el que se apoyan los semicírculos (es el **diámetro** de cada uno)

y = lado recto del rectángulo (las rectas de la pista)

Restricción (perímetro). El perímetro de la pista lo forman los **dos lados rectos** más los **dos arcos semicirculares** (que juntos suman una circunferencia completa de diámetro x). Los lados x del rectángulo *no* forman parte del perímetro exterior:

$$2y + \pi x = 400 \implies y = \frac{400 - \pi x}{2} = 200 - \frac{\pi x}{2}$$

Función objetivo (área rectangular).

$$A = x \cdot y \implies \boxed{A(x) = x\left(200 - \frac{\pi x}{2}\right) = 200x - \frac{\pi}{2}x^2}$$

Optimización.

$$A'(x) = 200 - \pi x = 0 \implies x = \frac{200}{\pi} \approx 63{,}66 \text{ m}$$

$$A''(x) = -\pi < 0 \implies \textbf{máximo } \checkmark$$

Dimensiones de la pista:

$$x = \frac{200}{\pi} \approx 63{,}66 \text{ m} \qquad y = 200 - \frac{\pi}{2} \cdot \frac{200}{\pi} = 200 - 100 = 100 \text{ m}$$

Comprobación del perímetro: $2(100) + \pi\left(\frac{200}{\pi}\right) = 200 + 200 = 400$ ✓

Área máxima:

$$A_{\max} = \frac{200}{\pi} \cdot 100 = \frac{20\,000}{\pi} \approx 6366{,}2 \text{ m}^2$$

¿Cabe una pista de rugby?

La pista de rugby necesita **entre 7000 y 10000 m^2**, y el área rectangular máxima posible es $\frac{20\,000}{\pi} \approx 6366$ m^2. Como

$$\frac{20\,000}{\pi} < 7000 \iff 20\,000 < 7000\pi \approx 21\,991 \quad \text{(cierto)}$$

la respuesta es **NO**: ni siquiera en el caso más favorable —el de área máxima— se alcanzan los 7000 m^2 mínimos. Y como cualquier otra configuración da un área *menor* que la máxima, ninguna pista de atletismo de 400 m de perímetro con esta forma puede albergar un campo de rugby en su parte rectangular.

Detalle que decide el problema: entender que los lados x del rectángulo no cuentan en el perímetro. Si se incluyen por error, la restricción sería $2x + 2y + \pi x = 400$ y todo el resultado cambia.

1 — Opción b) Para un determinado radiador, la cantidad de calor emitida está dada por la integral

$$I = \int_1^5 \frac{x^3}{\sqrt{x-1}}\,\mathrm{d}x\,,$$

medida en ciertas unidades. Una habitación de $20\,\mathrm{m}^2$ necesita unas 120 unidades de calor para alcanzar una temperatura confortable; estime razonadamente si es suficiente un radiador para este fin.

Solución.

Cálculo de la integral — cambio de variable

La raíz del denominador pide el cambio:

$$t = \sqrt{x-1} \implies x = t^2 + 1 \implies \mathrm{d}x = 2t\,\mathrm{d}t$$

Cambiamos también los límites de integración:

$$x = 1 \Rightarrow t = 0 \qquad x = 5 \Rightarrow t = \sqrt{4} = 2$$

$$I = \int_0^2 \frac{(t^2+1)^3}{t} \cdot 2t\,\mathrm{d}t = 2\int_0^2 (t^2+1)^3\,\mathrm{d}t$$

Desarrollamos el cubo del binomio:

$$(t^2+1)^3 = t^6 + 3t^4 + 3t^2 + 1$$

$$I = 2\int_0^2 \left(t^6 + 3t^4 + 3t^2 + 1\right)\mathrm{d}t = 2\left[\frac{t^7}{7} + \frac{3t^5}{5} + t^3 + t\right]_0^2$$

$$= 2\left(\frac{128}{7} + \frac{96}{5} + 8 + 2\right) = \frac{256}{7} + \frac{192}{5} + 20 = \frac{1280 + 1344 + 700}{35} = \boxed{\frac{3324}{35}}$$

Estimación razonada (como pide el enunciado, sin decimales)

$$\frac{128}{7} \approx \frac{126}{7} = 18 \qquad \frac{96}{5} \approx \frac{95}{5} = 19$$

(En ambos casos la diferencia entre numeradores, 2 y 1, es menor que el denominador, así que el redondeo es fiable.)

$$I \approx 2\,(18 + 19 + 10) = 2 \cdot 47 = 94 \text{ unidades}$$

(El valor exacto es $\frac{3324}{35} \approx 95$, así que la estimación es buena.)

Conclusión

El radiador emite unas **95 unidades** de calor y la habitación necesita **120**. Como

$$95 < 120$$

un solo radiador NO es suficiente. De hecho le falta más del 20 % del calor necesario, así que harían falta **dos radiadores** (que darían unas 190 unidades, holgadamente por encima de las 120).

2 — Opción a) En un cierto instituto, el 45 % de los estudiantes de segundo de bachillerato son de ciencias y el 55 % restante, de letras. Se sabe que aprueban todas las asignaturas el 30 % de los alumnos de ciencias y el 40 % de los de letras. Si se elige un alumno al azar y resulta que tiene aprobadas todas las asignaturas, ¿cuál es la probabilidad de que sea de letras?

Solución.

Planteamiento. Definimos los sucesos:

C = "ser de ciencias" $\qquad$ L = "ser de letras" $\qquad$ T = "aprobar todas las asignaturas"

Datos:

$$p(C) = 0,45 \qquad p(L) = 0,55 \qquad p(T|C) = 0,30 \qquad p(T|L) = 0,40$$

Nótese que C y L forman un **sistema completo de sucesos** (son incompatibles y su unión es todo el espacio), lo que habilita el Teorema de la Probabilidad Total y el de Bayes.

Paso 1 — Probabilidad total de aprobar todo

$$p(T) = p(C) \cdot p(T|C) + p(L) \cdot p(T|L) = 0,45(0,30) + 0,55(0,40) = 0,135 + 0,22 = 0,355$$

Paso 2 — Teorema de Bayes

Nos piden $p(L|T)$: se invierte el condicionamiento respecto al dato del enunciado.

$$p(L|T) = \frac{p(L \cap T)}{p(T)} = \frac{p(L) \cdot p(T|L)}{p(T)} = \frac{0,22}{0,355} = \frac{220}{355} = \boxed{\frac{44}{71}} \approx 0,6197$$

Es decir, aproximadamente un **61,97 %**.

Interpretación: a priori los de letras eran el 55 % del alumnado; al saber que el alumno ha aprobado todo, esa probabilidad *sube* al 62 %, porque los de letras aprueban en mayor proporción. El dato observado refuerza la hipótesis "letras".

2 — Opción b) En un concurso se lanzan de forma independiente un dado y una moneda no trucados. Por cada punto obtenido con el dado se suman 100 € y si en la moneda sale cara, se suman otros 300 €. Se pide: 1) probabilidad de ganar exactamente 400 €; 2) probabilidad de ganar exactamente 400 € si sabemos que ha salido cara; 3) probabilidad de que haya salido cara sabiendo que hemos ganado exactamente 400 €.

Solución.

Planteamiento. Si D es el resultado del dado (1 a 6) y X el premio en euros:

$$X = 100\,D + 300 \cdot \mathbb{1}_{\text{cara}}$$

Sucesos: C = "sale cara" $\left(p(C) = \frac{1}{2}\right)$, $\bar{C}$ = "sale cruz" $\left(p(\bar{C}) = \frac{1}{2}\right)$, y cada cara del dado tiene probabilidad $\frac{1}{6}$. Dado y moneda son **independientes**.

1) $p(X = 400)$

Hay **dos** formas incompatibles de ganar exactamente 400 €:

- **Sale cruz** (no se suman los 300 €) y el dado da 4: $\quad 100(4) = 400$.

$$p(\bar{C} \cap D{=}4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

- **Sale cara** (se suman 300 €) y el dado da 1: $\quad 100(1) + 300 = 400$.

$$p(C \cap D{=}1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$p(X = 400) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \boxed{\frac{1}{6}} \approx 0,1667$$

El error típico es considerar solo uno de los dos caminos (normalmente el de la cara) y olvidar que con cruz y un 4 también se llega a 400 €.

2) $p(X = 400 \,|\, C)$

Si sabemos que ha salido cara, ya están garantizados los 300 € y solo hace falta que el dado dé 1. Como dado y moneda son independientes:

$$p(X = 400 \,|\, C) = p(D = 1) = \boxed{\frac{1}{6}} \approx 0,1667$$

3) $p(C \,|\, X = 400)$

Ahora se invierte el condicionamiento (Bayes):

$$p(C \,|\, X{=}400) = \frac{p(C \cap X{=}400)}{p(X{=}400)} = \frac{1/12}{1/6} = \frac{1}{12} \cdot \frac{6}{1} = \boxed{\frac{1}{2}} = 0,5$$

Interpretación: de los dos caminos que llevan a 400 €, uno pasa por cara y otro por cruz, y ambos son igual de probables. Por eso, saber que se ganaron 400 € no aporta *ninguna* información sobre la moneda: la probabilidad sigue siendo $\frac{1}{2}$, la misma que a priori. Dicho de otro modo, los sucesos C y $\{X = 400\}$ resultan ser **independientes** (compárese con el apartado 2: $p(X{=}400|C) = \frac{1}{6} = p(X{=}400)$).

BLOQUE 2: PREGUNTAS TIPO TEST

Conteste un máximo de 5 cuestiones [0.5 pts cada una].

1. La matriz real $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$ cumple que:

   (A) Tiene inversa para cualquier valor de λ; (B) Tiene inversa siempre que $\lambda \neq 0$; (C) Ninguna de las anteriores

   Solución.

   Respuesta: (C)

   La matriz tiene inversa si y solo si $|A| \neq 0$. Desarrollamos por la primera fila:

   $$|A| = 1\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \lambda \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \lambda - 2\lambda^2 + \lambda = 2\lambda - 2\lambda^2$$

   $$|A| = 2\lambda(1-\lambda)$$

   El determinante se anula para $\lambda = 0$ **y también** para $\lambda = 1$. Por tanto:

   - (A) es falsa: para $\lambda = 0$ (y para $\lambda = 1$) no hay inversa.
   - (B) es falsa: dice que basta con $\lambda \neq 0$, pero **se olvida de** $\lambda = 1$. Con $\lambda = 1$ se cumple $\lambda \neq 0$ y sin embargo $|A| = 0$.

   La condición correcta sería "$\lambda \neq 0$ *y* $\lambda \neq 1$", que no aparece: la respuesta es (C). *La raíz* $\lambda = 1$ *es toda la pregunta.*

2. La distancia d del punto $P(0,-2,-1)$ a la recta $r : \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$ cumple que:

   (A) $0 < d < 1$; (B) $d > 2$; (C) Ninguna de las anteriores

   Solución.

   Respuesta: (B)

   De la ecuación continua leemos directamente un punto y el vector director:

   $$A = (3,1,0) \qquad \vec{d_r} = (4,1,1)$$

   $$\vec{AP} = P - A = (0-3,\ -2-1,\ -1-0) = (-3,-3,-1)$$

   Aplicamos la fórmula de la distancia punto-recta:

   $$\vec{AP} \times \vec{d_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-3+1)\vec{i} - (-3+4)\vec{j} + (-3+12)\vec{k} = (-2,-1,9)$$

   $$d = \frac{|\vec{AP} \times \vec{d_r}|}{|\vec{d_r}|} = \frac{\sqrt{4+1+81}}{\sqrt{16+1+1}} = \frac{\sqrt{86}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{86}{18}} = \sqrt{\frac{43}{9}} = \frac{\sqrt{43}}{3}$$

   $$d = \frac{\sqrt{43}}{3} \approx \frac{6,557}{3} \approx 2,19 > 2$$

   Luego (B) es correcta. *Truco para no calcular la raíz:* $d > 2 \iff \frac{43}{9} > 4 \iff 43 > 36$, que es evidente.

3. Las rectas $r: \begin{cases} x-2y=-1 \\ y-z=1 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x-2z=5 \\ x-y-z=1 \end{cases}$ cumplen que:

(A) Son paralelas; (B) Se cruzan; (C) Ninguna de las anteriores

Solución.

Respuesta: (A)

Ambas rectas vienen como intersección de planos: sus directores son los productos vectoriales de los normales.

$$\vec{d_r} = (1,-2,0) \times (0,1,-1) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (2,1,1)$$

$$\vec{d_s} = (1,0,-2) \times (1,-1,-1) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (-2,-1,-1)$$

Observamos que $\vec{d_s} = -\vec{d_r}$: **los directores son proporcionales**, luego las rectas son **paralelas o coincidentes**. Esto descarta (B) de inmediato: dos rectas paralelas nunca "se cruzan".

Comprobamos que no son coincidentes. Un punto de r: haciendo $z=0$ se tiene $y=1$ y $x=2y-1=1$, luego $P_r=(1,1,0) \in r$. ¿Pertenece a s?

$$x-2z = 1-0 = 1 \neq 5 \implies P_r \notin s$$

Son, por tanto, **paralelas y distintas**: la respuesta es (A).

4. Los vectores $\mathbf{u}=(3,-1,5)$ y $\mathbf{v}=(-2,k,3)$ cumplen que:

(A) Son paralelos para un cierto valor $k>0$; (B) Son ortogonales para un cierto valor $k>0$; (C) Ninguna de las anteriores

Solución.

Respuesta: (B)

(A) es falsa. Serían paralelos si las tres coordenadas fueran proporcionales:

$$\frac{3}{-2} = \frac{-1}{k} = \frac{5}{3}$$

Pero ya la primera y la tercera fracción son incompatibles: $\frac{3}{-2} = -1,5$ mientras que $\frac{5}{3} \approx 1,67$. Como k no interviene en esa comparación, **no existe ningún** k que los haga paralelos.

(B) es verdadera. Son ortogonales cuando su producto escalar se anula:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 3(-2) + (-1)(k) + 5(3) = -6 - k + 15 = 9 - k = 0 \implies k = 9$$

Como $k=9>0$, existe efectivamente un valor positivo que los hace ortogonales.

5. La derivada de $f(x) = \log \dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}$ (logaritmo neperiano) cumple que:

(A) $f'(\pi/2) = -1$; (B) $f'(\pi/2) = 2$; (C) Ninguna de las anteriores

Solución.

Respuesta: (B)

Primero simplificamos con las propiedades del logaritmo (deriva mucho mejor una resta que

un cociente):

$$f(x) = \ln(1-\cos x) - \ln(1+\cos x)$$

$$f'(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x} - \frac{-\operatorname{sen} x}{1+\cos x} = \operatorname{sen} x \left[\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}\right]$$

Sumamos las fracciones del corchete:

$$\frac{(1+\cos x)+(1-\cos x)}{(1-\cos x)(1+\cos x)} = \frac{2}{1-\cos^2 x} = \frac{2}{\operatorname{sen}^2 x}$$

Por tanto:

$$f'(x) = \operatorname{sen} x \cdot \frac{2}{\operatorname{sen}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{sen} x}$$

Evaluamos en $x = \pi/2$, donde $\operatorname{sen}(\pi/2) = 1$:

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{1} = 2$$

Luego (B). *Nota:* la identidad fundamental $1 - \cos^2 x = \operatorname{sen}^2 x$ es la que convierte una expresión aparatosa en algo tan simple como $2/\operatorname{sen} x$.

6. El valor del límite $L = \lim_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ cumple que:

   (A) $0 < L < 1/2$; (B) $L = 0$; (C) Ninguna de las anteriores

Solución.

Respuesta: (A)

Al sustituir aparece $\frac{0}{0}$. Multiplicamos por el conjugado del numerador:

$$\frac{\sqrt{x}-2}{x-4} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-4}{(x-4)(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$L = \lim_{x\to 4} \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Como $0 < 0,25 < 0,5$, la respuesta es (A), y (B) es falsa.

Alternativa: el límite es, por definición, la derivada de $g(x) = \sqrt{x}$ en $x = 4$, y $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow g'(4) = \frac{1}{4}$. Mismo resultado en una línea.

7. La cantidad de números de 4 dígitos que se pueden formar con las cifras $1, 2, \ldots, 9$ es igual a:

   (A) 2650; (B) 3024; (C) Ninguna de las anteriores

Solución.

Respuesta: (B), entendiendo que las cifras no se repiten.

Con 9 cifras disponibles y 4 posiciones, si las cifras **no pueden repetirse** se trata de **variaciones sin repetición**, ya que importa el orden (1234 y 4321 son números distintos) y no hay reposición:

$$V_{9,4} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = \frac{9!}{5!} = 3024$$

Razonamiento posicional: 9 opciones para la primera cifra, 8 para la segunda (una ya usada), 7 para la tercera y 6 para la cuarta.

Advertencia sobre el enunciado. El enunciado no dice expresamente "cifras distintas". Si se

permitiera repetir, serían variaciones *con* repetición:

$$VR_{9,4} = 9^4 = 6561$$

y entonces la respuesta correcta sería (C). Que entre las opciones aparezca exactamente $3024 = V_{9,4}$ indica que la intención del examen es el caso **sin repetición**, pero conviene confirmarlo con la plantilla oficial. (La opción 2650 no corresponde a ningún conteo razonable: es puro distractor.)

8. Con el alfabeto Morse se pueden formar palabras con rayas – y puntos $\cdot$. El número de palabras formadas por 5 signos, 3 de los cuales son rayas y 2 son puntos, es igual a:

   (A) 1024; (B) 10; (C) Ninguna de las anteriores

Solución.

Respuesta: (B)

Tenemos 5 posiciones y hay que decidir **cuáles 3 de ellas** ocupan las rayas; los puntos van automáticamente en las 2 restantes. Como las rayas son indistinguibles entre sí (igual que los puntos), no importa el orden dentro de cada grupo:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10$$

Equivalentemente, son **permutaciones con repetición** de 5 elementos con dos grupos repetidos:

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3!\,2!} = 10$$

Por qué (A) es falsa: $1024 = 2^{10}$, y $2^5 = 32$ sería el número de palabras de 5 signos *sin restricción* sobre cuántas rayas y puntos hay. Ni siquiera ese es el caso: el enunciado fija 3 rayas y 2 puntos.

BLOQUE 3: PROBLEMA COMPETENCIAL [2.5 pts]

Enunciado (resumen). Un adulto necesita diariamente 100 g de carbohidratos, 40 g de grasas y 60 g de proteínas. Los alimentos se agrupan en 4 grupos, con esta composición por porción:

	Proteína	**Carbohidratos**	**Grasa**
Grupo A (leche y derivados)	15 g	20 g	5 g
Grupo B (carne)	20 g	10 g	15 g
Grupo C (frutas y verduras)	5 g	25 g	10 g
Grupo D (pan y cereales)	10 g	30 g	5 g

1. Escribir una ecuación por macronutriente. 2. Resolver el sistema e interpretar el resultado y sus restricciones.

Solución.

1) Planteamiento del sistema

Definimos las incógnitas (paso imprescindible):

$$a, b, c, d = \text{número de porciones diarias de los grupos A, B, C y D respectivamente.}$$

Cada macronutriente da una ecuación, sumando la aportación de cada grupo:

$$\begin{cases} \textbf{Proteínas:} & 15a + 20b + 5c + 10d &=& 60 \\ \textbf{Carbohidratos:} & 20a + 10b + 25c + 30d &=& 100 \\ \textbf{Grasas:} & 5a + 15b + 10c + 5d &=& 40 \end{cases}$$

Dividiendo cada ecuación entre 5 se simplifica notablemente:

$$\begin{cases} 3a + 4b + c + 2d &=& 12 \\ 4a + 2b + 5c + 6d &=& 20 \\ a + 3b + 2c + d &=& 8 \end{cases}$$

2) Resolución y discusión

Carácter del sistema. Tenemos **3 ecuaciones y 4 incógnitas**. La matriz de coeficientes tiene rango 3 (por ejemplo, el menor formado por las tres primeras columnas no se anula), y como la ampliada no puede superar el rango 3, se cumple:

$$\text{rango}(M) = \text{rango}(M^*) = 3 < 4 = \text{n.º de incógnitas}$$

Por el **Teorema de Rouché-Frobenius**, el sistema es **compatible indeterminado** con $4-3=1$ grado de libertad: hay **infinitas soluciones** dependientes de un parámetro.

Resolución. Tomamos $c = \lambda$ como parámetro. Despejando (por Gauss) se obtiene:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{17\lambda - 4}{10} \\ b &= \frac{36 - 13\lambda}{20} \\ c &= \lambda \\ d &= \frac{12 - 7\lambda}{4} \end{aligned}}$$

Comprobación con un valor cómodo, $\lambda = 1$: $a = 1,3$; $b = 1,15$; $c = 1$; $d = 1,25$.

- Proteínas: $15(1,3) + 20(1,15) + 5(1) + 10(1,25) = 19,5 + 23 + 5 + 12,5 = 60$ ✓
- Carbohidratos: $20(1,3) + 10(1,15) + 25(1) + 30(1,25) = 26 + 11,5 + 25 + 37,5 = 100$ ✓

- Grasas: $5(1,3) + 15(1,15) + 10(1) + 5(1,25) = 6,5 + 17,25 + 10 + 6,25 = 40$ ✓

Interpretación: ¿hay restricciones sobre la solución?

Sí, y es la clave del problema. Matemáticamente el sistema admite infinitas soluciones, pero las incógnitas representan **porciones de comida**, así que **no pueden ser negativas**. Una solución con $b = -2$ significaría "comer menos dos porciones de carne", lo cual carece de sentido físico. Imponemos $a, b, c, d \geq 0$:

Condición	**Desigualdad**	**Restricción sobre λ**
$a \geq 0$	$17\lambda - 4 \geq 0$	$\lambda \geq \frac{4}{17} \approx 0,235$
$b \geq 0$	$36 - 13\lambda \geq 0$	$\lambda \leq \frac{36}{13} \approx 2,769$
$c \geq 0$	$\lambda \geq 0$	$\lambda \geq 0$
$d \geq 0$	$12 - 7\lambda \geq 0$	$\lambda \leq \frac{12}{7} \approx 1,714$

Intersecando las cuatro condiciones (la más restrictiva por abajo es $\frac{4}{17}$ y por arriba $\frac{12}{7}$):

$$\boxed{\lambda \in \left[\frac{4}{17},\ \frac{12}{7}\right] \approx [0,235;\ 1,714]}$$

Conclusión que hay que escribir en el examen: no existe *una* dieta que cumpla los requisitos, sino **infinitas**, todas ellas parametrizadas por la cantidad de porciones de frutas y verduras (grupo C) que se decida tomar. Ahora bien, esa cantidad no puede elegirse libremente: debe estar entre $\frac{4}{17}$ y $\frac{12}{7}$ porciones aproximadamente, porque fuera de ese rango alguno de los otros grupos saldría negativo. Es un ejemplo de cómo el **contexto real acota una solución matemáticamente infinita**, que es exactamente lo que evalúa un problema competencial.

SOLUCIONARIO RÁPIDO

Bloque 2 – Preguntas tipo test

Cuestión	Respuesta	Clave
1	(C)	$\lvert A\rvert = 2\lambda(1-\lambda)$: también falla en $\lambda = 1$
2	(B)	$d = \frac{\sqrt{43}}{3} \approx 2,19 > 2$
3	(A)	$\vec{d_s} = -\vec{d_r}$: paralelas y distintas
4	(B)	Ortogonales con $k = 9$; paralelas, nunca
5	(B)	$f'(x) = \frac{2}{\operatorname{sen} x} \Rightarrow f'(\pi/2) = 2$
6	(A)	$L = \frac{1}{4}$
7	(B)	$V_{9,4} = 3024$ (sin repetir cifras)
8	(B)	$\binom{5}{3} = 10$

Bloques 1 y 3 – Resultados

Problema	Resultado
1a	Rectas de 100 m y diámetro $\frac{200}{\pi} \approx 63,66$ m; $A_{\max} = \frac{20\,000}{\pi} \approx 6366$ m^2 **No cabe** una pista de rugby (hacen falta 7000 m^2 como mínimo)
1b	$I = \frac{3324}{35} \approx 95$ unidades < 120: **un radiador no basta**
2a	$p(T) = 0,355$; $\quad p(L\lvert T) = \frac{44}{71} \approx 0,62$
2b	$p(X{=}400) = \frac{1}{6}$; $\quad p(X{=}400\lvert C) = \frac{1}{6}$; $\quad p(C\lvert X{=}400) = \frac{1}{2}$
3	Compatible indeterminado: $a = \frac{17\lambda-4}{10}$, $b = \frac{36-13\lambda}{20}$, $c = \lambda$, $d = \frac{12-7\lambda}{4}$ con $\lambda \in \left[\frac{4}{17}, \frac{12}{7}\right]$ para que ninguna porción sea negativa

Qué evalúa realmente este modelo. No es un examen de cálculo, sino de **interpretación**. En los tres bloques, la parte matemática es asequible y la nota se juega en el paso final: decidir si una pista de rugby cabe o no (1a), si un radiador basta o no (1b), qué significa que un sistema tenga infinitas soluciones y qué las acota en la vida real (bloque 3). Un alumno que calcule bien y no concluya nada pierde la mitad de cada problema.

Ojo con los "ninguna de las anteriores". Las opciones incorrectas del bloque 2 no son aleatorias: reproducen el olvido típico. En la cuestión 1, la opción (B) se olvida de una de las dos raíces del determinante; en la 4, propone un paralelismo imposible; en la 8, confunde el recuento con 2^n. Cuando dos opciones parecen razonables, la diferencia suele estar en un caso que una de ellas no contempla.

Las estimaciones cuentan como matemáticas. El problema 1b pide expresamente *estimar* sin decimales y explica cómo hacerlo. No es una concesión: es parte de lo que se evalúa. Redondear $\frac{128}{7}$ a 18 justificando por qué el redondeo es fiable vale tanto como calcular la integral.