FÍSICA

PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA (PCE)
UNEDASISS — CONVOCATORIA ORDINARIA 2024

EXAMEN RESUELTO

Reparto de la nota. Parte test: 15 preguntas de las que se responden **10**; cada acierto suma **0,5** puntos, cada error resta **0,15** y no responder no suma ni resta (**5 puntos**). Parte de desarrollo: 4 problemas de los que se resuelven **2**, a **2,5 puntos** cada uno (**5 puntos**). Este examen no detalla los criterios de los problemas; en la convocatoria de 2023 cada apartado valía lo mismo y se valoraban el planteamiento, el desarrollo, el resultado y el uso de unidades y vectores. Este documento resuelve los cuatro problemas, aunque en el examen solo hay que hacer dos.

PARTE TEST

1. El planeta Mercurio tiene un radio de 2440 km y una masa de $3{,}3\cdot10^{23}$ kg. ¿Cuántas veces menos pesa un objeto sobre la superficie de Mercurio que sobre la superficie de la Tierra?

Datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$; $g_T = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Pesa unas 3,87 veces menos.

b) Pesa unas 2,65 veces menos.

c) Pesa unas 5,32 veces menos.

Solución.

Respuesta: b)

$$g_M = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot3{,}3\cdot10^{23}}{(2{,}44\cdot10^{6})^2} = 3{,}70\ \mathrm{m/s^2}, \qquad \frac{P_T}{P_M} = \frac{g_T}{g_M} = \frac{9{,}8}{3{,}70} \approx 2{,}65.$$

Error frecuente: no pasar el radio a metros. Con el radio en kilómetros el resultado sale un millón de veces mayor y no coincide con ninguna opción, lo que sirve de aviso.

2. Desde cierto punto A, localizado a una determinada altura sobre el suelo, se deja caer un cuerpo partiendo desde el reposo y bajo la única influencia del campo gravitatorio terrestre. ¿Qué se puede decir acerca del trabajo ejercido por el campo gravitatorio terrestre sobre el cuerpo en su trayectoria del punto A hasta el suelo?

a) Es negativo.

b) Es positivo.

c) Es nulo.

Solución.

Respuesta: b)

La fuerza (el peso, hacia abajo) y el desplazamiento (hacia abajo) tienen el mismo sentido: $W = mgh > 0$. Dicho con energías: $W = -\Delta E_p > 0$, porque la energía potencial disminuye al bajar, y por el teorema de la energía cinética ese trabajo es el que aumenta la velocidad del cuerpo.

Regla: el campo hace trabajo positivo cuando el cuerpo se mueve a favor del campo (cae), y negativo cuando hay que subirlo.

3. Dos planetas exactamente iguales se encuentran separados, en un momento dado, por una distancia de $L = 300\,000$ km. Suponiendo que el sistema formado por los dos planetas se encuentra muy lejos de cualquier otra interacción gravitatoria, calcular el campo gravitatorio en un punto sobre la recta que une a ambos planetas y a una distancia $L/4$ de uno de ellos.

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; masa de cada planeta $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

a) 0,079 m/s^2

b) 0,063 m/s^2

c) 0,071 m/s^2

Solución.

Respuesta: b)

El punto está entre los dos planetas, a $L/4 = 7{,}5 \cdot 10^7$ m de uno y a $3L/4 = 2{,}25 \cdot 10^8$ m del otro. Cada planeta atrae hacia sí, así que los dos campos tienen **sentidos opuestos** y se restan:

$$g_1 = \frac{GM}{(L/4)^2} = 0{,}0711 \text{ m/s}^2, \qquad g_2 = \frac{GM}{(3L/4)^2} = 0{,}0079 \text{ m/s}^2,$$

$$g = g_1 - g_2 \approx 0{,}063 \text{ m/s}^2, \text{ dirigido hacia el planeta más cercano.}$$

Los distractores son resultados intermedios: c) es solo el campo del planeta cercano y a) es la *suma* de los dos módulos (el error de no tener en cuenta que tienen sentidos opuestos).

4. Dos planetas A y B tienen la misma masa, pero el radio R_A del planeta A es el doble del radio R_B del planeta B: $R_A = 2R_B$. ¿Qué relación cumplen las intensidades de campo gravitatorio g_A y g_B en las superficies de los planetas A y B?

a) $g_B = 2g_A$

b) $g_B = 4g_A$

c) $g_B = \sqrt{2}\, g_A$

Solución.

Respuesta: b)

Con la misma masa, $g = \dfrac{GM}{R^2}$ es inversamente proporcional al **cuadrado** del radio:

$$\frac{g_B}{g_A} = \frac{R_A^2}{R_B^2} = \frac{(2R_B)^2}{R_B^2} = 4.$$

a) es el error de olvidar el cuadrado.

5. Dos cargas positivas de valor 6 µC y 12 µC se encuentran situadas en las coordenadas $(1, -1)$ y $(3, 2)$ en unidades del Sistema Internacional. ¿Cuál es el módulo de la fuerza eléctrica que cada carga ejerce sobre la otra?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2/C^2.

a) 179,7 mN

b) 129,3 mN

c) 49,8 mN

Solución.

Respuesta: c)

Distancia entre las cargas: $r = \sqrt{(3-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{13}$ m, es decir, $r^2 = 13$ m^2.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{13} = 0{,}0498 \text{ N} = 49{,}8 \text{ mN}.$$

Error frecuente: usar r en lugar de r^2 en el denominador ($0{,}648/\sqrt{13} = 179{,}7$ mN), que es exactamente la opción a).

6. Al circular una corriente por una espira circular, se genera un campo magnético. ¿Qué se puede decir sobre dicho campo en el centro de la espira?

a) Es un vector cuyo sentido es independiente del sentido de la corriente que atraviesa la espira.

b) Es un vector cuya dirección es perpendicular al plano de la espira.

c) Es un vector contenido en el plano de la espira.

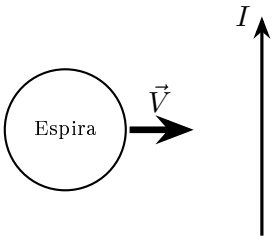
Solución.

Respuesta: b)

En el centro, $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$, **perpendicular al plano de la espira**, con el sentido que da la regla de la mano derecha: si se invierte la corriente, se invierte el campo.

Pregunta repetida: es la misma que la 6 de 2023, con las opciones en otro orden.

7. Por un hilo rectilíneo e infinito circula una intensidad de corriente I hacia arriba. Cerca de dicho hilo se encuentra una espira circular en un plano que contiene al hilo de corriente. La espira se mueve con cierta velocidad V constante acercándose perpendicularmente al hilo, tal y como se indica en la figura. ¿Qué se puede decir sobre la corriente inducida en la espira cuando se observa desde el punto de vista mostrado en la figura?



a) Que circula por la espira en sentido antihorario.

b) Que circula por la espira en sentido horario.

c) Que no se induce ninguna corriente en la espira.

Solución.

Respuesta: b)

Paso 1. Campo del hilo en la espira. Por la regla de la mano derecha (pulgar hacia arriba, en el sentido de la corriente), a la **izquierda** del hilo el campo **sale del papel**, hacia el observador. Atraviesa perpendicularmente la espira.

Paso 2. Variación del flujo. El campo del hilo vale $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$: crece al acercarse. Como la espira se acerca, el flujo saliente **aumenta**.

Paso 3. Ley de Lenz. La corriente inducida se opone a ese aumento creando un campo **entrante** en el interior de la espira. Por la regla de la mano derecha, un campo entrante corresponde a una corriente en **sentido horario**.

Comparación con la 7 de 2023: allí el campo era paralelo al plano de la espira y no había flujo. Aquí el hilo está en el plano de la espira, pero su campo rodea al hilo y la atraviesa perpendicularmente. Por eso sí hay corriente inducida.

8. Una carga positiva q entra, con velocidad $\vec{v} = 2\vec{i} - 6\vec{k}$ (m/s), en una región con un campo magnético uniforme que vale $\vec{B} = 4\vec{i} - 12\vec{k}$ (mT), siendo $\vec{i}$, $\vec{j}$ y $\vec{k}$ los vectores unitarios en los sentidos positivos de los ejes X, Y y Z, respectivamente. La trayectoria de la carga será

a) Circular.

b) Rectilínea.

c) Helicoidal.

Solución.

Respuesta: b)

Las componentes de $\vec{B}$ son exactamente el doble que las de $\vec{v}$ (en sus respectivas unidades): $\vec{B} = 2 \cdot 10^{-3}\,(2\vec{i} - 6\vec{k})$ T. Los dos vectores son **paralelos**, así que

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}.$$

Sin fuerza, la carga sigue en línea recta con velocidad constante.

Regla de las tres trayectorias: $\vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow$ circular; $\vec{v} \parallel \vec{B} \rightarrow$ rectilínea; cualquier otro ángulo $\rightarrow$ helicoidal. Antes de calcular el producto vectorial, conviene comprobar si los vectores son proporcionales.

9. La velocidad de propagación de una onda unidimensional es de 1246 km/h. El número de ondas, definido como el número de ondas que se dan en 2π metros, es $k = 3{,}0$ m^{-1}. ¿Cuál es el periodo de la onda?

a) $6{,}1 \cdot 10^{-3}$ s

b) $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ s

c) 0,018 s

Solución.

Respuesta: a)

Pasamos la velocidad a unidades del SI: $v = 1246/3{,}6 = 346{,}1$ m/s. Con el número de ondas:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3} = 2{,}09 \text{ m}, \qquad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2{,}09}{346{,}1} \approx 6{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

Los distractores salen de dos errores concretos: no pasar la velocidad a m/s ($T = 2{,}09/1246 = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$ s, la b) y tomar $\lambda = 2\pi$ m sin dividir por k ($T = 6{,}28/346{,}1 = 0{,}018$ s, la c).

10. Una lente delgada convergente tiene una distancia focal de 4 cm. Se coloca un objeto a una distancia de 2 cm de la lente. Su imagen es:

a) Virtual y derecha.

b) Virtual e invertida.

c) Real y derecha.

Solución.

Respuesta: a)

El objeto está **entre el foco y la lente** ($|s| < f'$). Con $s = -2$ cm y $f' = 4$ cm:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \;\Rightarrow\; s' = -4 \text{ cm} \;\; \text{(virtual)}, \qquad \beta = \frac{s'}{s} = 2 \;\; \text{(derecha y el doble)}.$$

Es el funcionamiento de una **lupa**.

Regla: en una lente, las imágenes reales salen siempre invertidas y las virtuales siempre derechas. b) y c) son combinaciones imposibles con un objeto real, así que se pueden descartar sin calcular.

11. Una onda armónica se propaga en la dirección del eje x, y su oscilación se produce también en la dirección del eje x. ¿Qué tipo de onda es?

a) Onda longitudinal.

b) Onda electromagnética.

c) Onda transversal.

Solución.

Respuesta: a)

Si la vibración tiene la misma dirección que la propagación, la onda es **longitudinal**, como el sonido en el aire. En una transversal la vibración es perpendicular a la propagación (una cuerda, la luz). b) es falsa porque las ondas electromagnéticas son siempre transversales.

12. En una emisión fotoeléctrica, el potencial de frenado es

a) La diferencia de potencial necesaria para frenar a los fotones y a los electrones emitidos por el metal.

b) La diferencia de potencial necesaria para frenar a los electrones emitidos por el metal.

c) La diferencia de potencial necesaria para frenar a los fotones emitidos por el metal.

Solución.

Respuesta: b)

El potencial de frenado V_0 es la diferencia de potencial que detiene incluso a los fotoelectrones más rápidos: $eV_0 = E_{c,\text{máx}}$. Un campo eléctrico solo actúa sobre partículas con carga. Los **fotones no tienen carga**, así que no se pueden frenar con una diferencia de potencial, y además el metal no emite fotones sino que los absorbe. Eso descarta a) y c).

13. Se acelera un cuerpo de masa m_0 hasta alcanzar una velocidad de $0{,}8c$ siendo c la velocidad de la luz en el vacío. ¿Cuál es la relación entre la masa relativista del cuerpo a esa velocidad y su masa en reposo?

a) $m = 1{,}25\, m_0$

b) $m = 0{,}6\, m_0$

c) $m \cong 1{,}67\, m_0$

Solución.

Respuesta: c)

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 0{,}64}} = \frac{m_0}{0{,}6} \approx 1{,}67\, m_0.$$

Los distractores: b) es $\sqrt{1 - v^2/c^2} = 0{,}6$ (olvidar dividir); a) es $1/0{,}8$ (olvidar el cuadrado y la raíz). Además, b) es imposible: la masa relativista nunca es menor que la de reposo.

14. ¿Qué velocidad debe tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea de un nanómetro?

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

a) $7{,}29 \cdot 10^{-4}$ m/s

b) $7{,}29 \cdot 10^{-2}$ m/s

c) $7{,}29 \cdot 10^{5}$ m/s

Solución.

Respuesta: c)

$$\lambda = \frac{h}{mv} \;\Rightarrow\; v = \frac{h}{m_e \lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-9}} \approx 7{,}29 \cdot 10^{5} \text{ m/s}.$$

Las tres opciones tienen la misma mantisa: la pregunta evalúa solo el manejo de potencias de 10. Comprobación de sentido: $7{,}3 \cdot 10^5$ m/s es mucho menor que c, así que no hace falta corrección relativista.

15. El becquerelio (Bq) es una unidad del Sistema Internacional que mide

a) El número de desintegraciones durante el tiempo de semidesintegración del material radiactivo.

b) La constante de desintegración λ del material radiactivo.

c) El número de desintegraciones nucleares por segundo.

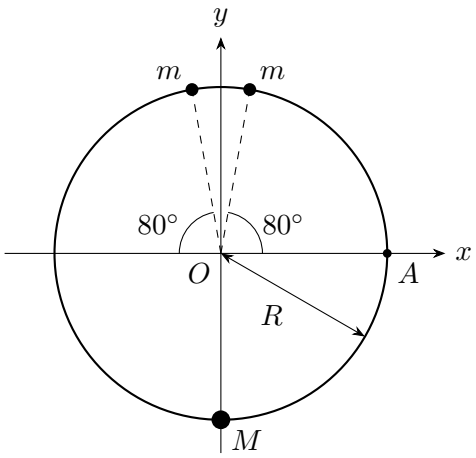
Solución.

Respuesta: c)

El becquerelio es la unidad de **actividad**: 1 Bq = 1 desintegración por segundo. b) es el distractor bueno, porque la constante λ también se mide en s^{-1}, pero su unidad no se llama becquerelio: λ es una probabilidad por unidad de tiempo, y la actividad es $A = \lambda N$.

PARTE DE DESARROLLO

PROBLEMA 1. Dos masas de valor $m = 700$ kg y una masa de valor $M = 3m = 2100$ kg se encuentran en una circunferencia de radio $R = 2$ m, tal y como se indica en la figura.



a) Calcule la energía potencial gravitatoria de una masa $m_0 = 4$ kg si se coloca en el centro del círculo (punto O de la figura). Utilice la referencia habitual para la energía potencial gravitatoria de dos masas, que es nula cuando están separadas una distancia infinita.

b) ¿Cuál es la fuerza gravitatoria total ejercida sobre la masa m_0 por las otras tres masas? Escriba el resultado en forma vectorial.

c) Calcule el trabajo realizado para llevar a la masa m_0 desde el punto O hasta el punto A, que corresponde a la intersección del semieje positivo x con la circunferencia (ver figura).

Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.

Solución.

Posiciones. Las dos masas m forman 80° con el eje x (una a cada lado), es decir, están en los ángulos 80° y 100° medidos desde el semieje x positivo. La masa M está en $(0, -R)$. Las tres están a la misma distancia $R = 2$ m del centro O.

a) Energía potencial en O.

La energía potencial es un escalar y se suman las tres contribuciones. Como las tres distancias son R:

$$E_p(O) = -\frac{Gm_0}{R}\,(m + m + M) = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4}{2}\,(700 + 700 + 2100) = \mathbf{-4{,}67 \cdot 10^{-7}\ J}.$$

b) Fuerza total sobre m_0.

Cada masa atrae a m_0 hacia sí, con módulo $F_i = \dfrac{Gm_0m_i}{R^2}$:

$$F_m = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 700}{4} = 4{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{N}, \qquad F_M = 3F_m = 1{,}40 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}.$$

- Las dos masas m: sus componentes x se anulan por simetría ($\cos 80°$ y $\cos 100°$ son opuestos) y sus componentes y se suman: $2F_m \sin 80° = 9{,}20 \cdot 10^{-8}$ N hacia $+y$.
- La masa M: $1{,}40 \cdot 10^{-7}$ N hacia $-y$.

$$\vec{F} = (9{,}20 \cdot 10^{-8} - 1{,}40 \cdot 10^{-7})\,\vec{j} \approx \mathbf{-4{,}81 \cdot 10^{-8}\,\vec{j}\ \ N}.$$

La fuerza apunta hacia M: la masa grande gana a las dos pequeñas, que además no tiran exactamente hacia arriba.

c) Trabajo para llevar m_0 de O a A.

Necesitamos $E_p(A)$. A está en $(2,0)$. Las distancias a cada masa son cuerdas de la circunferencia, $d = 2R\sin(\Delta\theta/2)$, con $\Delta\theta$ el ángulo entre A y cada masa:

$$d_{80^\circ} = 4\sin 40^\circ = 2{,}571 \text{ m}, \qquad d_{100^\circ} = 4\sin 50^\circ = 3{,}064 \text{ m}, \qquad d_M = 4\sin 45^\circ = 2{,}828 \text{ m}.$$

$$E_p(A) = -Gm_0\left(\frac{700}{2{,}571} + \frac{700}{3{,}064} + \frac{2100}{2{,}828}\right) = -2{,}668\cdot 10^{-10}\cdot 1243{,}2 = -3{,}32\cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

El campo gravitatorio es conservativo:

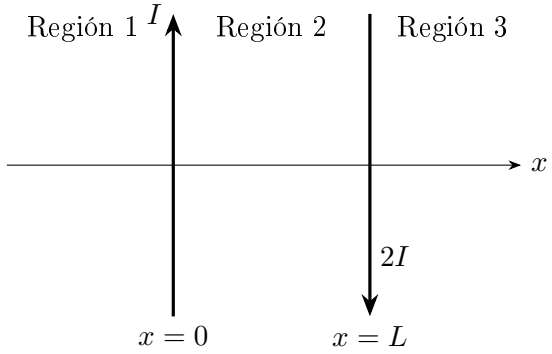
$$W_{\text{campo}} = -\Delta E_p = E_p(O) - E_p(A) = -4{,}67\cdot 10^{-7} + 3{,}32\cdot 10^{-7} = -1{,}35\cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

El trabajo del campo es negativo: hay que **aportar** trabajo desde fuera. El trabajo que debe realizar un agente externo (llevando la masa sin variar su energía cinética) es

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_p = \mathbf{+1{,}35\cdot 10^{-7}\ J}.$$

Para la nota máxima: el enunciado dice "el trabajo realizado" sin precisar por quién. Conviene dar los dos valores y explicar el signo, como se ha hecho aquí.

PROBLEMA 2. Dos hilos conductores rectos e indefinidos son paralelos y se encuentran en el plano xy. Como se indica en la figura, ambos se encuentran orientados verticalmente. Por el hilo situado en $x = 0$ circula una corriente $I = 4$ A en sentido ascendente (sentido positivo del eje y). Por el hilo situado en $x = L$ circula una corriente $2I$ en sentido descendente (sentido negativo del eje y), siendo $L = 8$ cm. Se pide lo siguiente:



a) Consideremos las siguientes tres regiones del plano xy: Región 1: $x < 0$; Región 2: $0 < x < L$; Región 3: $x > L$. Indique, para cada una de estas regiones, si los campos magnéticos que produce cada hilo tienen sentidos iguales u opuestos. Especifique si su sentido es hacia el observador o alejándose de él.

b) ¿En qué puntos del plano xy el campo magnético total es nulo?

c) En un momento dado, una carga puntual $q = 3$ µC que se encuentra en $x = L/2 = 4$ cm se está desplazando en sentido vertical ascendente con una velocidad de módulo $v_0 = 9$ m/s. Calcule la fuerza magnética total sobre la carga en ese instante, indicando la dirección y sentido.

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m\,kg\,C^{-2}}$.

Solución.

Tomamos el observador mirando el plano xy desde el semieje z positivo: "hacia el observador" $= +\vec{k}$ (saliente) y "alejándose" $= -\vec{k}$ (entrante). Cada hilo crea un campo $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$, cuyas líneas son circunferencias alrededor del hilo, con el sentido de la regla de la mano derecha.

a) Sentido de los campos en cada región.

- **Hilo 1** ($x = 0$, corriente hacia $+y$): a su izquierda el campo **sale** ($+\vec{k}$); a su derecha **entra** ($-\vec{k}$).
- **Hilo 2** ($x = L$, corriente hacia $-y$): al revés. A su izquierda **entra** ($-\vec{k}$); a su derecha **sale** ($+\vec{k}$).

Región	**Hilo 1**	**Hilo 2**	**Sentidos**
1: $x < 0$	Hacia el observador	Alejándose	Opuestos
2: $0 < x < L$	Alejándose	Alejándose	Iguales
3: $x > L$	Alejándose	Hacia el observador	Opuestos

b) Puntos donde el campo total es nulo.

Solo puede anularse donde los campos son opuestos (regiones 1 y 3) y, además, donde tienen igual módulo. Como el hilo 2 lleva el doble de corriente, el punto tiene que estar **más cerca del hilo 1**, es decir, en la región 1. Con d la distancia al hilo 1 (el punto está en $x = -d$):

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0\, 2I}{2\pi(d+L)} \;\Rightarrow\; d + L = 2d \;\Rightarrow\; d = L = 8 \text{ cm}.$$

En la región 3 la ecuación equivalente no tiene solución: allí siempre domina el hilo 2, que está más cerca y lleva más corriente.

El campo es nulo en todos los puntos de la **recta** $x = -8$ **cm** (paralela a los hilos), no en un único punto.

c) Fuerza sobre la carga en $x = 4$ cm.

En la región 2 los dos campos entran $(-\vec{k})$ y se suman. La carga está a 4 cm de cada hilo:

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 0{,}04} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{T}, \qquad B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8}{2\pi \cdot 0{,}04} = 4 \cdot 10^{-5}\ \text{T}, \qquad \vec{B} = -6 \cdot 10^{-5}\,\vec{k}\ \text{T}.$$

Con $\vec{v} = 9\,\vec{j}$ m/s:

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 6 \cdot 10^{-5}\left(\vec{j} \times (-\vec{k})\right) = 1{,}62 \cdot 10^{-9}\,(-\vec{i})\ \text{N}.$$

$$\boxed{\vec{F} = -\mathbf{1{,}62 \cdot 10^{-9}}\,\vec{\mathbf{i}}\ \ \mathbf{N}}.$$

La fuerza es horizontal, en el plano xy, y apunta hacia $-x$, es decir, hacia el hilo de $x = 0$.

PROBLEMA 3. Una fuente de luz monocromática se sitúa dentro de un vidrio de índice de refracción $n = 1{,}75$. La frecuencia en el vacío de la luz emitida es $f = 1{,}7 \cdot 10^{14}$ Hz. El vidrio se encuentra, a su vez, sumergido en agua. Uno de los rayos de luz incide, desde dentro del vidrio, en la superficie del vidrio con un ángulo de 20° respecto a la normal de la superficie, para posteriormente salir al agua. Responda razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la longitud de onda del rayo de luz cuando viaja por el vidrio, y cuando viaja por el agua?

b) ¿Cuál es la velocidad de propagación del rayo cuando viaja por el vidrio y cuando viaja por el agua? ¿Cuál es la frecuencia del rayo cuando viaja por el vidrio y cuando viaja por el agua?

c) ¿Con qué ángulo o ángulos tendría que haber incidido el rayo en la superficie vidrio-agua para que se diera el fenómeno de reflexión interna total?

Datos: $n_{\text{agua}} = 1{,}33$; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución.

Idea clave: al cambiar de medio, la **frecuencia no cambia** (la impone la fuente). Lo que cambia es la velocidad, $v = c/n$, y con ella la longitud de onda, $\lambda = v/f = \lambda_0/n$.

a) Longitudes de onda.

En el vacío: $\lambda_0 = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3 \cdot 10^8}{1{,}7 \cdot 10^{14}} = 1{,}765 \cdot 10^{-6}$ m.

$$\lambda_{\text{vidrio}} = \frac{\lambda_0}{1{,}75} = \mathbf{1{,}01 \cdot 10^{-6}\ m}, \qquad \lambda_{\text{agua}} = \frac{\lambda_0}{1{,}33} = \mathbf{1{,}33 \cdot 10^{-6}\ m}.$$

(Es luz infrarroja: su longitud de onda en el vacío es de unos 1765 nm.)

b) Velocidades y frecuencias.

$$v_{\text{vidrio}} = \frac{c}{1{,}75} = \mathbf{1{,}71 \cdot 10^{8}\ m/s}, \qquad v_{\text{agua}} = \frac{c}{1{,}33} = \mathbf{2{,}26 \cdot 10^{8}\ m/s}.$$

La frecuencia es la misma en los dos medios: $f = \mathbf{1{,}7 \cdot 10^{14}\ Hz}$.

c) Reflexión interna total.

Es posible porque la luz pasa de un medio de mayor índice (vidrio, 1,75) a uno de menor índice (agua, 1,33). El ángulo límite corresponde a un ángulo de refracción de 90°:

$$n_{\text{vidrio}} \sin\theta_L = n_{\text{agua}} \sin 90^\circ \;\Rightarrow\; \sin\theta_L = \frac{1{,}33}{1{,}75} = 0{,}76 \;\Rightarrow\; \theta_L = 49{,}5^\circ.$$

Hay reflexión total para **cualquier ángulo de incidencia mayor que** 49,5° (y menor que 90°). Con los 20° del enunciado no la hay: el rayo sale al agua refractado con $\sin\theta = \dfrac{1{,}75 \sin 20^\circ}{1{,}33} = 0{,}45$, es decir, $\theta \approx 26{,}7^\circ$, alejándose de la normal.

Por qué el enunciado habla de "ángulos": la respuesta no es un ángulo sino un intervalo. Contestar solo "49,5°" deja el apartado incompleto.

PROBLEMA 4. El trabajo de extracción fotoeléctrica del hierro es $W = 4{,}81$ eV. Responda a los siguientes puntos razonadamente:

a) Calcule la velocidad máxima a la que son emitidos electrones de una superficie de hierro cuando es iluminada por luz de longitud de onda $\lambda = 210$ nm. Puede considerar esta velocidad como no relativista, es decir, mucho menor que c.

b) Explique brevemente la conservación de energía en el proceso descrito en el apartado anterior.

c) Calcule la frecuencia mínima con la que hay que iluminar una superficie de hierro para poder observar emisión de fotoelectrones.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

Solución.

a) Velocidad máxima de los fotoelectrones.

Energía del fotón incidente:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{210 \cdot 10^{-9}} = 9{,}47 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (5{,}92 \text{ eV}).$$

Trabajo de extracción en julios: $W = 4{,}81 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 7{,}70 \cdot 10^{-19}$ J. Como $E > W$, hay emisión. La energía cinética máxima es

$$E_{c,\text{máx}} = E - W = 9{,}47 \cdot 10^{-19} - 7{,}70 \cdot 10^{-19} = 1{,}78 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (1{,}11 \text{ eV}),$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2E_{c,\text{máx}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}78 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \approx \mathbf{6{,}2 \cdot 10^5 \text{ m/s}}.$$

Es mucho menor que c, lo que confirma que la fórmula clásica de la energía cinética es válida.

b) Conservación de la energía.

Es la **ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico**:

$$hf = W + E_{c,\text{máx}}.$$

Cada fotón cede **toda** su energía, hf, a un único electrón del metal. Una parte, el trabajo de extracción W, se gasta en arrancar el electrón venciendo la atracción del metal; el resto aparece como energía cinética del electrón emitido. Los electrones que salen de capas más profundas pierden algo más de energía al salir, por eso la ecuación da la energía cinética *máxima*.

c) Frecuencia umbral.

La frecuencia mínima es la que da a los electrones justo la energía para salir, con $E_c = 0$:

$$hf_0 = W \;\Rightarrow\; f_0 = \frac{W}{h} = \frac{7{,}70 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} \approx \mathbf{1{,}16 \cdot 10^{15} \text{ Hz}} \qquad (\lambda_0 \approx 258 \text{ nm}).$$

Por debajo de esa frecuencia no hay emisión, **por intensa que sea la luz**. Es el resultado que la física clásica no podía explicar y que justificó la idea del fotón.

SOLUCIONARIO RÁPIDO

Pregunta	Respuesta	Clave
1	b)	$g_M = 3{,}70$ m/s^2; $9{,}8/3{,}70 = 2{,}65$
2	b)	Fuerza y desplazamiento hacia abajo: $W > 0$
3	b)	Los campos se restan: $0{,}0711 - 0{,}0079$
4	b)	$g \propto 1/R^2$: el doble de radio, la cuarta parte de g
5	c)	$r^2 = 13$ m^2. La a) olvida el cuadrado
6	b)	$\vec{B}$ perpendicular a la espira. Repetida de 2023
7	b)	Flujo saliente que aumenta: corriente horaria
8	b)	$\vec{v} \parallel \vec{B}$: fuerza nula, línea recta
9	a)	$v = 346{,}1$ m/s; $\lambda = 2\pi/3$ m; $T = \lambda/v$
10	a)	Objeto dentro de la focal: lupa, $s' = -4$ cm, $\beta = 2$
11	a)	Vibración en la dirección de propagación
12	b)	Solo los electrones tienen carga
13	c)	$\gamma = 1/0{,}6 \approx 1{,}67$
14	c)	$v = h/(m\lambda) = 7{,}29 \cdot 10^5$ m/s
15	c)	1 Bq = 1 desintegración por segundo
Problemas		
P1		$E_p = -4{,}67 \cdot 10^{-7}$ J; $\vec{F} = -4{,}81 \cdot 10^{-8}\,\vec{j}$ N; $W_{\text{ext}} = +1{,}35 \cdot 10^{-7}$ J
P2		Opuestos, iguales (entrantes), opuestos; $B = 0$ en $x = -8$ cm; $\vec{F} = -1{,}62 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}$ N
P3		λ: 1,01 y 1,33 µm; v: 1,71 y $2{,}26{\cdot}10^8$ m/s; f igual; $\theta > 49{,}5°$
P4		$v_{\text{máx}} = 6{,}2 \cdot 10^5$ m/s; $hf = W + E_c$; $f_0 = 1{,}16 \cdot 10^{15}$ Hz

Nota de la parte test con diez respuestas correctas: 5 puntos. Cada acierto vale 0,5 y cada error resta 0,15.

Aviso de estrategia: arriesgar compensa. Con tres opciones, el valor esperado de responder al azar es $\frac{1}{3} \cdot 0{,}5 - \frac{2}{3} \cdot 0{,}15 = +0{,}067$ puntos; si se descarta una opción, $+0{,}175$. Conviene contestar las diez.

Los distractores numéricos son errores típicos. En la 3, la suma de los campos en lugar de la resta; en la 5, olvidar el cuadrado de la distancia; en la 9, no pasar de km/h a m/s; en la 13, olvidar la raíz. Si tu resultado coincide con una opción, comprueba que no sea el error que la pregunta está buscando.

Un test cargado hacia la b). Ocho de las quince respuestas son la b), y las preguntas 1 a 4 y 6 a 8 son b) seguidas. Es casualidad del examen, no un patrón: hay que resolver cada pregunta por su contenido.

En los problemas, los apartados "teóricos" también puntúan. El 4b pide explicar la conservación de la energía y el 3c pide un intervalo de ángulos, no un número. Son apartados con el mismo valor que los numéricos y se pierden por contestar en una línea.